enunciado, tendríamos que definir las variables que participan en dicha definición: Es decir, la lógica tiene de suyo, como toda ciencia que se precie de serlo, una clara definición, pero, ¿y la poética?, ¿se puede definir la poética?. En otras palabras, si damos por hecho que la poética no cabe dentro de la lógica, estaríamos entonces en posición de conocer los límites de la misma poética, dónde empieza y dónde termina, cuál es el camino que sigue, cuál es el camino que no sigue.

A partir de la definición de las variables, tendríamos los elementos necesarios para poder elaborar un constructo racional; pero, no es así en el caso de la poética. No estamos en condiciones de conocer más allá de su propia naturaleza, es decir, sabemos de su isotopía[2], de los elementos que la conforman, pero ¿qué sabemos acerca del peso de estas letras que provocan estados de ánimo diferentes?. ¿Qué sabemos del hombre que se pierde en esas letras que pueden ser un espejo o un desierto?.

Para tratar de darle una mayor precisión a lo anterior, pongamos a las palabras en su lugar. Primero, los límites de la poesía son en sustancia *(esencia necesaria)*, los mismos que los de la razón, pues es la imaginación la que les pone coto cuando sus extensiones contradicen su propia estructura.

Pero, ¿Qué es la imaginación?, el concepto proviene del latín imaginatio, que es la facultad de representarse los objetos en el pensamiento. Es decir, la posibilidad de que un hombre pueda asir mentalmente a un objeto, que pueda lograr una aprehensión de la realidad que lo circunda, y más, también es la posibilidad de autorrepresentarse a sí mismo, pues él es parte de la realidad de la que se percata cuando se sabe sí mismo y sabe también que el mundo está fuera de él, pero, al mismo tiempo, que puede también estar dentro de su pensamiento, esto cuando comprende que las palabras pueden ser más que palabras, éstas en un sentido

---

[2] Isotopía cognoscitiva o poesía alética, como un *debe ser*, e Isotopía pragmática o poesía deóntica, como un *deber hacer*. En los dos casos, el poema reviste una "necesidad" sensorial para el que lo lee; es decir, el poema *es y debe ser* como el lector lo interprete, de acuerdo a sus lecturas y relecturas. Incluso no siempre *será* ni *deberá ser el mismo* poema. Recordemos a Heráclito: "nunca un hombre se mete dos veces al mismo río".

prístino, como sonidos, como fonemas que habitan los silencios vacíos de la soledad del hombre.

Ahora bien, recordemos a Julio Verne, cuando él imaginó *su* cohete, en *Viaje a la Luna,* éste no era más que una simple elucubración mental, no pasaba de ser un concepto imaginario; pero, para nosotros, ese cohete es ya una realidad, dejó de ser ese concepto mental para convertirse en algo casi cotidiano, al menos en un sentido de mercadotecnia. También cuando los poetas futuristas como Marinetti aludían a la velocidad como un concepto novedoso; es decir, cuando veían a la velocidad y a la evolución de la ciencia y la tecnología como el culmen de la poesía; esto ha dejado de ser así. Para nosotros lo que Marinetti y los futuristas llamaban velocidad, ha dejado de serlo; hoy, la velocidad es otra cosa. Aunque esto no quiere decir que no se pueda volver a revalorizar a estos tópicos como fuentes primas para hacer poesía.

Si hoy digo:

El avión supersónico
pensamiento de Dios
caído en la locura
por la misma velocidad
de su pensamiento entre la nada.

O bien:

La luz de la modernidad
también derramó su oscuridad
llena de certezas sobre nuestra piel
desnuda.

Entonces, el límite para retomar ciertos temas que podrían parecer propios de una corriente, no es el tiempo, ni la sociedad, ni siquiera las mismas palabras. Tal vez sería la imaginación, esa facultad de representarse los objetos en el pensamiento, pero, con una forma específica, así, el tema es el mismo, la manera de presentarlo es la que cambia. Veamos esto con una frase de Marinetti:

> *Un automóvil de carreras es más hermoso*
> *que la Victoria de Samotracia.*[3]

El tema en sí no está desfasado; es la forma de conceptualizar al objeto la que ya no significa lo mismo para el lector.

Siguiendo en este sentido, ¿Tiene lógica?. Aquí cabría hacer un alto para distinguir entre lógica gramatical y lógica propiamente del pensamiento. Es decir, en la primera puedo decir *El avión supersónico, pensamiento de Dios.* Esto está gramaticalmente correcto: tiene un sujeto, dividido a su vez en un artículo, un sustantivo y un adjetivo calificativo, también tiene un verbo que enlaza al sujeto con el predicado que, a su vez, está integrado por un objeto directo. Es decir, gramaticalmente está bien, pero la lógica nos dice que el avión supersónico es algo tangible, real; en cambio, el término Dios, alude a un concepto que no es reconocido por la lógica formal, pues el término Dios es un ente que se difumina cuando se le quiere demostrar racionalmente, esto debido a que es más cuestión de fe que de razón.

Volviendo a nuestro pequeño subsidio en el análisis poético que nos ocupa, la construcción de los tres versos está gramaticalmente correcta, pero, ¿Podemos decir lo mismo con respecto a su estructura lógica? Me parece que sí; es decir, tie-

---

[3] Apud, Manifiesto Futurista (20 de febrero de 1909), Le Figaro, Movimientos litearios de vanguardia, Biblioteca Salvat, España, 1974.

ne sentido lógico el que una frase cumpla con su cometido. Si digo: *avión supersónico*, estoy aludiendo a un medio de transporte, pero, si digo *El avión supersónico, pensamiento de Dios,* entonces el sentido del concepto cambia radicalmente, ya no me refiero al medio de transporte, sino más bien a una forma de referirme a la velocidad del pensamiento de Dios; o quizás a la manera de cómo nos conceptualiza el mismo Dios, o, es más, al mismo Dios como un todo, como una palabra que no puede dejar de correr y correr por el tiempo, siendo quizás el mismo tiempo.

Si le damos preeminencia al primer sentido, éste cambiaría radicalmente si el interlocutor fuera un hombre de otra época, o quizás de otro tiempo. Entonces las circunstancias espacio-temporales afectan o determinan el sentido que se le pueda dar. Son las cuestiones diacrónicas y sincrónicas las que modelan el molde en donde se va a almacenar el sentido del término.

De la misma manera, en lo que se refiere al segundo sentido de la frase, es decir al concepto poético, éste puede variar, pues, al final de cuentas, lo que se pretende es declarar un sentimiento, y éste, a su vez, puede ser captado de diferentes maneras , ya que son precisamente los mismos sentimientos los que lo captarán y darán un nuevo sentido al concepto.

Es decir, si el poema cumple con su cometido, entonces se podrá decir que es en realidad un poema que ha llegado a tener sentido para el que lo leyó; pero, esto no significa que si no despierta algún sentido en su lector, no vaya a hacerlo posteriormente. Pues, lo que para una persona puede ser algo poético, para otra, probablemente no lo será.

Veamos un caso, los poemas de Gustavo Adolfo Bécquer ya nos dicen lo que una vez gritaron, ¿Están pasados de moda?, ¿Los sentimientos se rigen por modas?, más bien por estereotipos sociales, por cánones culturales que sustentan la posibilidad de aprehender la realidad y la fantasía que les son propias, aquellas que no rompen con la estructura social, con su deber ser arquetípico de hombre que se tiene y se seguirá teniendo en tanto haya sociedades de hombres. Un poema de Bécquer sigue teniendo la misma riqueza poética que tuvo alguna vez; ¿Entonces?, ahora hay otras formas de hacer, leer, entender y gozar poesía. Es decir, el metalenguaje no es el mismo, las palabras podrán no haber cambiado, pero su sentido sí.

Entonces, la lógica de la poética es precisamente que el poema cumpla con su cometido, es decir, que sea verdaderamente un poema, pero, aquí entramos a un nuevo problema: ¿qué es verdaderamente un poema?. Es como si estuviéramos en un laberinto y cuando ya casi fuéramos a salir, nos topáramos con un espejo el cual nos remontara de nuevo al mismo laberinto. Definir un poema, es verdaderamente un problema, tendríamos que precisar primeramente a qué corriente literaria nos referimos. Esto porque dependiendo del movimiento literario será la definición que le den a la poesía, pues cada uno busca en ella lo que de alguna manera plasman en su propia poesía, y hay tantas formas de expresarse por medio del poema como lenguajes hay.

Inclusive algunas formas poéticas van a ser no sólo contrarias, sino contradictorias, pues pasarán a ser incluso antípodas de lo que otras manifiestan como arte poética.

Entonces, la lógica poética es en cierta forma, también el sentido del poema mismo, pues, en la medida que éste cumpla con su cometido, o que esté en posibilidades de hacerlo, será un poema que habrá cumplido también con su empresa: hacer sentir algo, un sentimiento que le haga sentir al que lo lee que está vivo y que es capaz de haber captado ese sentimiento.

Entonces, la lógica poética es la poesía misma. Es el medio y el fin discursivo por medio de los sentimientos plasmados en un papel.

BIBLIOGRAFÍA

Ballón Aguirre, Enrique. *Poetología y escritura.* UNAM, México, 1985.

Los filósofos presocráticos. De Homero a Demócrito. SEP, Cien del Mundo, México, 1987.

Movimientos literarios de vanguardia. Biblioteca Salvat, Grandes Temas, España, 1974.

LOS ARQUETIPOS DE LAS MATEMÁTICAS

Dr. Jaime Rangel Mondragón*

jrangel@sunserver.uaq.mx

RESUMEN

Este artículo comprende comentarios generales sobre los cinco arquetipos de patrones que estudia las matemáticas: Número, Espacio, Lógica, Infinito e Información. Se comenta brevemente la labor histórica de Platón, Leibnitz y Spinoza y el papel del infinito y la abstracción y la habilidad de construcción de imágenes de las matemáticas.

ABSTRACT

This paper comprises general comments on the five archetypes of the patterns studied by mathematics: Number, Space, Logic, Infinity and Information. Short historical commentaries on Platon, Leibnitz and Spinoza are included along with the infinity and abstract features on mathematical insight and its role in image building.

Las Matemáticas consisten en el descubrimiento de los aspectos sucesivos de las estructuras formales en que se basa el mundo y actividades humanas en él, enfatizando aquellas estructuras de mayor aplicabilidad y aquellas que reflejen aspectos profundos de éste.

Saunders McLane AMM 28 (1981) p. 462-472

Lo poco que sé, se lo debo todo a mi ignorancia

S. Guiltry

* Docente adcrito a la Facultad de Informática UAQ.

INTRODUCCIÓN

El mundo está formado de movimiento, formas, colores, sentimientos y pensamientos. ¿Qué tienen que ver las matemáticas con esto?; no mucho, si por matemáticas entendemos el contenido de las letárgicas clases que permean algunos de los planes educativos de los primeros años de estudio, sin embargo, es posible afirmar con certeza que las matemáticas es la única ciencia universal, pues las matemáticas consisten en el estudio de *patrones puros* y cualquier objeto en el cosmos constituye una variedad de patrón. Los patrones que estudian las matemáticas pueden ser agrupados en cinco grandes arquetipos o modos de pensamiento: Número, Espacio, Lógica, Infinito e Información. Como una ilustración sencilla consideremos, por ejemplo, un objeto cotidiano como nuestra mano derecha. Este objeto puede considerarse como un patrón matemático de los cinco modos mencionados anteriormente. Como un **número** puesto que es posible utilizarla para codificar el número 5. Como un objeto en el **espacio** puesto que es una superficie bidimensional inmersa en un espacio tridimensional. Como una clase de máquina que reacciona a ciertos estímulos y todas las máquinas constituyen patrones **lógicos**. Como un patrón que contiene a su vez subpatrones del tipo conocido como "fractal" que involucran las complejidades asociadas a un conjunto **infinito** de puntos matemáticos. Finalmente, la mano está diseñada de acuerdo a instrucciones codificadas en nuestro DNA y la longitud de esas instrucciones es una medida de la cantidad de **información** que ésta contiene.

Nuestro objetivo en este artículo es comentar brevemente sobre aspectos matemáticos que incluyen y complementan a estos arquetipos. Dichos aspectos incluyen su papel lúdico y su papel educativo en la sociedad.

Las matemáticas han ocupado un papel preponderante en películas como "2001", basada en el libro de Arthur Clark y "Contact", basada en el libro de Carl Sagan. En "Die hard: with a vengance", Bruce Willis y Samuel Jackson tienen que poner exactamente 4 litros de agua de una fuente en una balanza para evitar que una bomba explote y sólo tienen una cubeta de 5 litros y una de 3 litros para resolver este dilema. En "The Mirror has Two Faces" Jeff Bridges explica a Bárbara Streisand la conjetura de los primos gemelos (que afirma la existencia de un número infinito de pares de primos cuya diferencia es igual a 2 y que todavía nadie ha podido demostrar). En "Dr. Strangelove" se presenta una sátira de la ciencia en general a través de la extraordinaria actuación de Peter Sellers trabajando en una de las primeras instalaciones IBM 7094/ 1401. Finalmente, en "I.Q." con Walter Matthau actuando en el papel de Albert Einstein, Meg Ryan le explica a Tim Robbins la paradoja de movimiento de Zenón y en una escena llega inclusive a escribir la ecuación de Schrodinger. En años recientes, las matemáticas computacionales y la ciencia en general han ocupado un papel sobresaliente en el cine con películas como la serie de "Star Wars", la trilogía de "Jurasic Park", "Matrix", la tetralogía de "Alien" y series de televisión como "Star Trek", "X Files" y "C. S. I.". Sin embargo, para la inmensa mayoría de las personas, las matemáticas, aún en sus conceptos más elementales, constituyen un lujo inalcanzable.

Parte de la dificultad que tiene toda persona inteligente en comprender las matemáticas contemporáneas es que éstas poseen una larga y sofisticada historia. Las ciencias físicas se han construido sobre conceptos y teorías de, a lo más, unos cuantos cientos de años y mucho de la biología, medicina, estadística y psicología es aún más reciente. La historia de las matemáticas abarca milenios. Los mayores desarrollos ocurrieron en la Grecia antigua, que aceleró las matemáticas al contribuir al avance de la civilización occidental y su conocimiento es parte de toda educación básica moderna [6]. Las matemáticas han tenido un avance tal que aun aquellos estudiantes que completan una carrera centrada en ciencias físico-matemáticas alcanzan a comprender, en el mejor de los casos[1], sólo los desarrollos ocurridos hasta la mitad del siglo XIX y se deja la revisión de los desarrollos más importantes, con aplicaciones más sofisticadas, para cursos de posgrado[2].

[1] En mi experiencia, pocas personas recuerdan resultados tan básicos como el teorema de Pitágoras. Si se les pide su enunciado aún a estudiantes universitarios, es común testificar una confusión entre lo que se entiende por catetos e hipotenusa. Podríamos argumentar que lo mismo sucede con conceptos todavía mas básicos para la supervivencia social más elemental, pero, en el caso de definiciones matemáticas, podría pensarse que a falta de su entendimiento, por su especificidad, éstos se prestarían para propiciar la ventaja de su memorización, de manera análoga a cómo algunas personas memorizan la letra de una canción sin tener idea de lo que significan las oraciones que la componen. Sin embargo, este no es el caso; el proceso de olvido selectivo consciente de la educación básica incluye en gran parte los conceptos científicos y matemáticos presentes en el razonamiento formal.

[2] Las matemáticas no sufren del fenómeno de obsolescencia que se presenta en la informática, donde el desarrollo acelerado de software y hardware provocan una ausencia de perspectiva y un utilitarismo feroz. Este fenómeno tampoco se aplica a las ciencias computacionales, cuyas bases matemáticas permiten la absorción de nuevas tecnologías y promueven la investigación y el análisis creativo.

UN POCO DE HISTORIA

¿Cómo fue que los humanos poblaron la tierra?, ¿cuál es el significado de la vida? ¿cuál es el destino humano? Respuestas indiscutibles y concluyentes a estas preguntas fueron siempre provistas por lideres religiosos, quienes, de 600 a 300 A.C., propusieron a la mente, ayudada por la observación y la experimentación, como un medio infalible para descubrir verdades universales. La idea que los precedió era que la naturaleza era gobernada por la voluntad caprichosa de los dioses; los griegos rechazaron dogma, supersticiones y fuerzas sobrenaturales, y adoptaron una actitud critica en donde la naturaleza poseía un diseño racional e inteligible por la mente. Esto resultó un acontecimiento inédito y único en la historia de la humanidad, ya que aún en nuestros días el punto de vista contrario contamina la vida cotidiana de las personas; horoscopistas, gurús y charlatanes han siempre acompañado y modificado a todas las sociedades debido a la debilidad universal en la búsqueda de respuestas sencillas a preguntas trascendentes y evitar el esfuerzo que su indagación implica.

Así, Tales de Mileto propuso que todo está formado de agua, Anaxágoras que la razón reina en el mundo, Platón, fundador de la academia de Atenas, que el mundo se divide en el mundo de las ideas y el mundo de las cosas y Zenón que debemos esclarecer los conceptos fundamentales de tiempo y espacio. Pitágoras propuso que todas las cosas son números y que todo número puede asociarse a una cantidad espacial que es medible (lo que poco después fue refutado con el descubrimiento de los números inconmensurables).

Las matemáticas comenzaron con la creación del concepto abstracto de número natural (y su concepto complementario, el espacio); es decir, los números que usamos para contar 0, 1, 2, 3, etc. Aristóteles afirmaba que todas las cosas habían sido creadas por Dios, excepto el concepto de número, que era invención humana. La habilidad para manipular números naturales es prácticamente universal y, en este sentido, podríamos considerar a todos los seres humanos como poseedores de habilidades matemáticas básicas. Es por eso que todavía resulta una fuente inagotable de fascinación problemas numéricos como los siguientes. ¿Cuál es el número que sigue de la sucesión 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12? (éste número es fácil de deducir después de observar la Figura 1.) En un nivel correspondiente a las matematicas de bachillerato podemos preguntarnos la forma de deducir la veracidad de las siguientes sorprendentes identidades:

$$\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}}}}}}=3$$

$$\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\dots}}}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\dots}}}}$$

En otro nivel mas básico aún, ¿Podría el lector decir cuál es el número que sigue de la secuencia 1, 11, 21, 1211, 111221, ...? (Ayuda: empieza con el dígito 3). Me gustaría ahora comentar brevemente sobre el trabajo de tres filósofos eminentes que otorgaron a las matemáticas un papel de gran importancia en sus sistemas y que enriquecieron los arquetipos matemáticos; ellos son Platón, Leibnitz y Spinoza.

Platón (Atenas, 380 A.C.), discípulo de Sócrates, consideraba el conocimiento de las matemáticas como prerrequisito para la ciudadanía. Específicamente establecía que cualquiera que se considerara una persona civilizada debería saber que existen cantidades inconmensurables en geometría. Por ejemplo, es imposible encontrar una unidad de longitud tal que los lados y la diagonal de un cuadrado sean múltiplos enteros de esta cantidad, lo que es un hecho sorprendente que requiere de una demostración sofisticada y que rebasa los alcances de la percepción intuitiva. ¿Por qué todos deberían saber esto? Platón quería que todos aceptaran el hecho de que algunas verdades, aunque sorprendentes, constituyen certezas absolutas. Para entender esta necesidad de certidumbre, podemos consultar obras de teatro de ese periodo que exhiben la emergencia de un nihilismo generalizado. Platón trato de atacar este nihilismo mostrando a las matemáticas como una fuente de verdades absolutas[3]. Platón no confiaba completamente de los argumentos lógicos y en sus Diálogos presentaba personajes conocidos como "sofistas" que se divertían en demostrar absurdos por medio de trucos lógicos.

Wilhem Leibnitz (Leipzig, Alemania, 1646-1716) fue un eminente filósofo y matemático de quien se discute la paternidad del cálculo diferencial e integral otorgada a Isaac Newton. De acuerdo a él, la matemática es la ciencia que nos dice qué es posible. En lo que al mundo físico concierne; es decir, aquel aspecto del mundo que Descartes llamaba "res extensa", esta afirmación contiene al menos una cierta verdad. Pero Leibnitz fue más allá. De acuerdo a él, Dios, el matemático supremo, creo nuestro mundo particular eligiendo de todos los mundos posibles el único con la mayor plenitud y variedad. En este sentido, el nuestro es "el mejor de todos los mundos posibles". El éxito de las ciencias exactas (que están basadas en el uso de las matemáticas) ha incrementado el alcance de nuestro conocimiento del universo a un grado enorme más allá del disponible a Leibnitz. Paradójicamente, esto ha hecho a muchos de nosotros más modestos, porque la extensión de nuestro conocimiento nos ha hecho más concientes de nuestro rango de ignorancia. Somos más cautelosos que Leibnitz en proponer afirmaciones definitivas sobre el universo y ciertamente no haríamos una aseveración como la de Descartes (1596-1650), quien dijo: "Denme materia y movimiento y construiré el mundo otra vez". Como Leibnitz, Descartes fue un filósofo y matemático notable, pero las matemáticas no juegan un papel explícito en su filosofía, a pesar de que le otorga importancia extrema a la historia de las ciencias exactas a través de su dicotomía del mundo, en "res extensa" y "res cogitans". Todavía estamos influenciados por su percepción del mundo, pero nuestro siguiente filósofo hizo un intento heroico para terminar con este dualismo y pensó que podríamos hacerlo no usando las matemáticas en sí mismas, pero si los métodos matemáticos. En 1960, Edward Friedkin, propuso un concepto de "mecánica de información", análoga a la mecánica cuántica en el que propuso un modelo de la totalidad del mundo físico como un autómata celular tri-

[3] Gracias a los resultados de Gödel, ahora sabemos que las verdades y certidumbres de las matemáticas son relativas en lugar de absolutas, así que no estamos en una mejor posición para atacar al nihilismo de esta manera [3].

dimensional, siguiendo una idea de Leibniz de que el mundo está formado por "mónadas" indivisibles, cada una de las cuales actúa independientemente[4].

Baruch Spinoza (Ámsterdam, Holanda, 1632-1677) fue una de las raras personas en adquirir la dudosa distinción de haber sido declarado hereje por la iglesia católica y la protestante. En 1656, sus ideas poco ortodoxas le valieron también la excomunión por la comunidad judía. Spinoza fue una persona erudita y tranquila que proponía derivar verdades filosóficas definidas a partir de afirmaciones geométricas evidentes; es decir, de una forma euclidiana. Aunque no hay duda de que Spinoza proveyó de visiones profundas e importantes, esto no fue a causa de su método, que no resulto ser de naturaleza matemática. En su trabajo "La ética" encontramos la afirmación: "Por Dios, entiendo el Ser absoluto infinito" ¿Qué significa "absoluto infinito"? Spinoza no llegó a conocer el descubrimiento de George Cantor (publicado en 1895) de acuerdo al cual hay cantidades infinitas menores y mayores. Por ejemplo, existen más puntos en un intervalo finito en una línea recta que números naturales. Más generalmente, existe una secuencia infinita de infinitudes, cada una mayor que la anterior. La suposición de la existencia de una infinitud mayor conteniendo a todas las previas nos conduce directamente a una contradicción. Podremos vivir bajo una contradicción, pero esta resulta intolerable en un argumento matemático. La lección es simple: antes de que empecemos a depender de las matemáticas debemos entender su potencial y sus limitaciones.

INFINITO Y ABSTRACCIÓN

Las matemáticas tratan con

[4] Parte de la razón por la cual Leibniz creía en la existencia de organismos demasiado pequeños para ser vistos podría haberse debido a su visita al padre de la microscopia Antón van Leeuwenhoek en la ciudad holandesa de Delft, quien recientemente había reportado sus asombrosos descubrimientos utilizando una nueva forma de vidrio de aumento de su invención [5, 6].

[5] No es cierto que todas las afirmaciones involucran conceptos que son sujetos de la lógica. Si tenemos un pañuelo con un tinte azulado y verde podremos estar dudosos si lo denominamos azul-verdoso o verde-azuloso y no coincidimos en qué nombre asignarle a ese color. Análogamente, no podemos decir si una persona es alta o no alta, aún si damos una definición artificial de altura podemos hallarnos en problemas puesto que ninguna medida es absolutamente precisa. De manera similar, una razón por la que tenemos una abundancia de leyes en nuestro país es la de que la ley inevitablemente trata con conceptos indefinidos o definidos ambiguamente.

conceptos que obedecen a las leyes de la lógica[5], en particular del postulado del medio excluyente. La investigación matemática posee dos características importantes y únicas: involucra un elemento de característica infinita y produce una cantidad creciente de problemas con un grado creciente de abstracción [2].

El elemento infinito en matemáticas puede ser utilizado para probar que la mente humana es superior a cualquier computadora electrónica concebible (explicar este hecho en detalle me obligaría a utilizar argumentos algo técnicos y los omitiré pero este resultado se atribuye a uno de los más grandes matemáticos de nuestro tiempo, Kurt Gödel (1906-1978)) [6]. En una época en la que los científicos y filósofos nos tratan de decir que no somos nada en particular – un mecanismo de supervivencia de nuestros genes o a lo más un animal que puede realizar cosas apenas mejores que los chimpancés, nuestras habilidades matemáticas nos proveen tal vez del argumento más simple no-metafísico para explicar nuestra posición en la naturaleza. Para ejemplificar los comentarios anteriores utilizaré dos ejemplos. El primero es un teorema de la teoría de números, que podemos enunciar como sigue:

Cada numero natural "n" es la suma de los cuadrados de, al menos, cuatro números naturales. Más aún, a menos que n + 1 sea divisible entre 8, es suficiente con, a lo más, tres cuadrados.

Obviamente, ninguna cantidad de ejemplos puede probar este teorema, puesto que involucra una cantidad infinita de números[6] . La demostración no es ni sencilla ni obvia y la primera parte del teorema fue propuesta en el siglo XIX por Lagrange e ilustra claramente lo que se comentó sobre "un elemento de característica infinita" [4]. Ahora necesitaré otro teorema para ilustrar mis comentarios sobre abstracción y con este propósito citaré el llamado "Problema de los puentes de Köenigsberg".

En 1735 el gran matemático suizo Leonhard Euler

[6] En matemáticas, a diferencia de otras ciencias, el tener una abundancia de ejemplos que confirmen una hipótesis no verifica, ni es un auxiliar para la eventual verificación, de la veracidad de ésta. Para demostrar un teorema se debe de abstraer todos las posibles situaciones de tal forma que no se necesiten datos experimentales que la apoyen. El papel de los "datos experimentales" se limita a confirmar o sugerir la creación de nuevos teoremas.

(1707-1783) inventó el siguiente problema: en el pueblo de Köenigsberg existe una isla llamada Knelphoff con dos ramas del río Pregel corriendo a su alrededor y siete puentes cruzándolas como se muestra en la Figura 2. La pregunta que se planteo es si una persona puede planear un paseo de tal forma que cruce cada uno de los puentes sólo una vez. Con base en lo anterior se puede formular el siguiente problema general: dada cualquier configuración del río y sus ramas, así como el número de puentes, ¿cómo averiguamos si es o no posible cruzar cada puente exactamente una vez y cómo logramos esto de ser afirmativa la respuesta?.

Empezamos por estudiar este problema dejando de lado información innecesaria. Como la forma y el tamaño de las islas y la sección del país en las orillas del río no juegan ningún papel, contraemos cada una de las áreas A B, C y D a un sólo punto. El ancho y forma de los puentes tampoco es de importancia así que los podemos reemplazar por segmentos de recta o curvas como se muestra en la Figura 3. Una figura simplificada como ésta se denomina un *grafo*. Los puntos A, B, C y D se denominan *vértices* y las líneas que los conectan son llamadas *aristas*. Más aún, llamaremos al número de aristas que tocan a un vértice el *orden* de este. Por ejemplo, los órdenes de A, B, C y D son 3, 5, 3 y 3, respectivamente.

Nuestra pregunta puede entonces plantearse como: ¿podemos encontrar una trayectoria (es decir, una sucesión de aristas, cada una de las cuales tenga un punto en común con la previa) de tal manera que esta trayectoria pase a través de todas las aristas sólo una vez? Tal trayectoria se denomina una *trayectoria de Euler*. Cualquier grafo, para el cual esta pregunta posee una respuesta afirmativa, se denomina un *grafo Euleriano*. Podemos ahora mostrar que nuestro grafo no es Euleriano, lo que encapsularemos en el enunciado del siguiente teorema:

> **Si un grafo es Euleriano, entonces no existen vértices de orden impar o sólo hay dos vértices de orden impar.**

Para demostrar este resultado, imaginemos que borramos la parte del grafo que ya hemos utilizado en nuestro intento de viajar por todos las aristas sólo una vez. Siempre que entremos a un vértice y partamos de él de nuevo, tendrémos que borrar dos aristas que pasan a través de este punto, reduciendo así su número en dos. Entonces, si un vértice tiene orden impar podríamos empezar nuestro trayecto en él y tal vez pasar repetidamente a través de él pero definitivamente no podrémos terminar ahí puesto que su orden debió haber sido necesariamente par para lograr esto. Es decir que tendrémos que terminar en otro vértice y éste debe ser de orden impar de nuevo (puesto que lo que es verdadero para el primer punto debe ser verdadero para el último ya que podríamos haber realizado nuestro viaje al revés). Esto prueba nuestro teorema, puesto que todos los puntos que no sean inicial y final deben de ser de orden impar.

Este teorema no es difícil o profundo y Euler inmediatamente se preguntó la clase de preguntas que cualquier otro matemático se preguntaría en su situación: ¿es el converso de este teorema verdadero; es decir, supongamos que tenemos un grafo conexo en el que todos los vértices son de orden par. Podemos empezar una trayectoria de Euler en cualquier parte y regresar a nuestro punto de partida? Y, suponiendo que tenemos un grafo con exactamente dos vértices de orden impar, ¿podríamos empezar una trayectoria de Euler en un punto y terminar en el otro?. Euler tuvo también éxito en responder afirmativamente a esta pregunta.

Hasta ahora hemos establecido un primer nivel de abstracción que nos ha llevado de un problema "finito" o "concreto" (el problema de los puentes original) a un problema general y a un teorema general que cubre una infinidad de problemas "concretos"; es decir, todos los posibles grafos que pudiéramos dibujar. A continuación, sigue un segundo nivel de abstracción. No necesitamos dibujar nada para definir un grafo, todo lo que necesitamos es una "matriz de incidencia" que enlista los vértices y el número de aristas que unen a cualquiera de ellos. La matriz correspondiente al grafo de la figura 3 sería tal que los números en el primer renglón indicarían el hecho de que el vértice A no está conectado consigo mismo, que está conectado con dos aristas a B, ninguna arista a C y una arista a D. Las tablas de incidencia son más abstractas que los grafos, pero esta abstracción nos produce un nuevo problema: podemos diseñar matrices de incidencia que no correspondan a grafos.

Podemos plantear preguntas como: ¿cuándo una matriz de adyacencia define un grafo que pueda ser dibujado en el plano de tal manera que no tenga dos aristas que se crucen? Esta pregunta no fue contestada correctamente sino hasta el siglo XX por K. Kuratowski. La razón de considerar esta pregunta es la de comentar que, en general, la abstracción reduce el número de afirmaciones que podemos hacer y el número de preguntas que podemos realizar. Podemos decir más acerca de una especie particular de aves, que acerca de aves en general y más acerca de aves que acerca del reino animal; que la situación sea diferente para las matemáticas resulta curioso y único.

IMAGENES

Las funciones de las matemáticas pueden ser descritas como una extensión de las funciones del lenguaje. En el Génesis, Dios concede a Adán, quien representa la raza humana, el privilegio de nombrar a todos los seres vivientes. Nombrar cosas –aún aquellas inmateriales como sensaciones y sentimientos- resulta también un acto de abstracción y de creación de imágenes, otro importante privilegio específicamente humano y una forma de creación secundaria. La habilidad de nombrar cosas es la base de nuestra experiencia para planear y nos provee de un tremendo incremento en nuestra habilidad para comunicarnos, que es esencial para la emergencia de una sociedad humana coherente.

Quisiera ilustrar ahora de una manera sencilla el hecho de que las matemáticas también tienen la función de construir imágenes y que esta función otorga la habilidad de predicción. Sorprendentemente, las matemáticas nos proveen de imágenes abstractas de cosas que no son accesibles a través de una percepción directa de nuestros sentidos. A la vez, la imagen puede ser hecha tan precisa que nos permita conocer todos los aspectos del original que son importantes para nosotros. Consideremos los siguientes ejemplos. Empecemos por tomar en cuenta el hecho de que podemos dibujar un mapa del mundo en una hoja de papel de tal forma que el mapa puede ser usado para la navegación. Esto es un logro importante de las matemáticas y hay muchas formas de realizarlo. Una de las primeras fue encontrada por G. Mercador (1512-1594). El problema es difícil puesto que es imposible realizar tal mapa sin distorsionar distancias, y a pesar de esto otorgamos una representatividad tan fiel a la realidad que lo utilizamos para predecir trayectorias. Un ejemplo mucho más sofisticado e importante consiste en la imagen matemática de un átomo con núcleos y electrones. La imagen matemática consiste enteramente de fórmulas, pero esas fórmulas nos permiten, bajo ciertas circunstancias, realizar predicciones acerca del comportamiento del átomo. Este es un logro enorme y sólo es un ejemplo del papel fundamental de las matemáticas en física, química y las ramas tecnológicas basadas en estas ciencias. Ha sido causa de extrañeza el hecho de que las matemáticas puedan ser utilizadas para entender y hasta manipular el mundo real. Esta extrañeza está fuera de lugar. Consideremos el aforismo de Lichtenberg, ensayista y físico del siglo XIX: "He encontrado gente que se sorprende que los gatos tengan cavidades en su piel exactamente en los lugares en las que sus ojos residen". Obviamente, el gato no podría existir si fuera de otra manera. Similarmente, necesitamos orden para nuestra existencia. No es sorprendente entonces que el mundo contenga un elemento de orden y que poseamos un instrumento para estudiarlo.

Las matemáticas son en el sentido estricto, "la derivación sistemática de teoremas con la ayuda de argumentos explícitamente formulados" [2]. Algunas ideas matemáticas son intuitivamente claras; por ejemplo, el hecho de que un diámetro divida a una circunferencia en dos partes iguales, pero otras, como el teorema de Pitágoras, no lo son. ¿Cuál es la motivación detrás de la actividad matemática?. Definitivamente no las aplicaciones tecnológicas. Arquímedes y Leonardo Da Vinci desarrollaron aplicaciones tecnológicas de las matemáticas; sin embargo, los romanos, que ciertamente necesitaban o usaban tecnología de alto nivel, nunca contribuyeron en forma substancial al desarrollo de las matemáticas. De hecho, el uso sistemático de las matemáticas para el desarrollo tecnológico (excluyendo, astronomía) comenzó tan sólo en el siglo XIX. El desarrollo de las matemáticas no provino de la necesidad, en el mismo sentido que el lenguaje no es meramente un instrumento útil para comunicarse.

Siempre ha constituido un problema el explicar al público en general qué hace que las matemáticas valgan la pena si no es a través de su practicalidad. Se enseña al público que las matemáticas son útiles en la vida diaria de todas las personas, pero la utilidad no es una cualidad esencial de las matemáticas. En el pasado, algunos poetas entendieron la belleza de las matemáticas. Calderón de la Barca habla de "matemáticas sublimes" y Schiller la llama "divina". Hay otros ejemplos de este tipo, pero parecen ser raros si no extintos en tiempos modernos. La razón de esto es, por supuesto, la creciente inaccesibilidad de las matemáticas al público en general. A pesar de esto, el éxito de los ensayos de Martín Gardner (y sus seguidores, Hofstadter, Dewdney y Stewart) muestran que un gran número de personas es todavía sensible a las ventajas intelectuales que proveen las ideas abstractas.

UN PROBLEMA

Consideremos en esta sección una última pregunta matemática [1], dedicada a los lectores cuya paciencia se extendió hasta el final de este artículo. Explicaremos a continuación un método aparente para crear materia espontáneamente. Considérese el rectángulo superior de la Figura 4. Este rectángulo comprende un área igual a $13 \times 5 = 65$ unidades y está dividido en tres triángulos y un rectángulo de la manera indicada. Reacomodando los triángulos B y C como se muestra en la figura inferior sucede un acontecimiento extraordinario. El rectángulo en la figura superior tiene un área de $3 \times 5 = 15$ y al reacomodar B y C se convierte en un rectángulo de área 16. Es decir, el rectángulo original ha crecido en área sólo reacomodando estas piezas; sin embargo, esto no es posible. Si no está el lector convencido de que lógicamente este reacomodo es imposible, le invitamos a recortar (en una copia fotostática, por supuesto) estas figuras y reacomodarlas para verificar experimentalmente esto. ¿Cuál es la explicación?

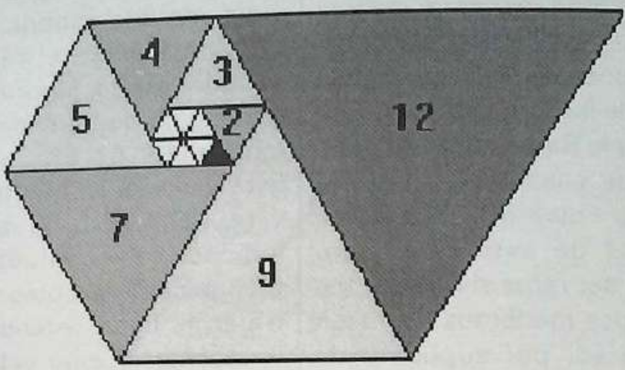
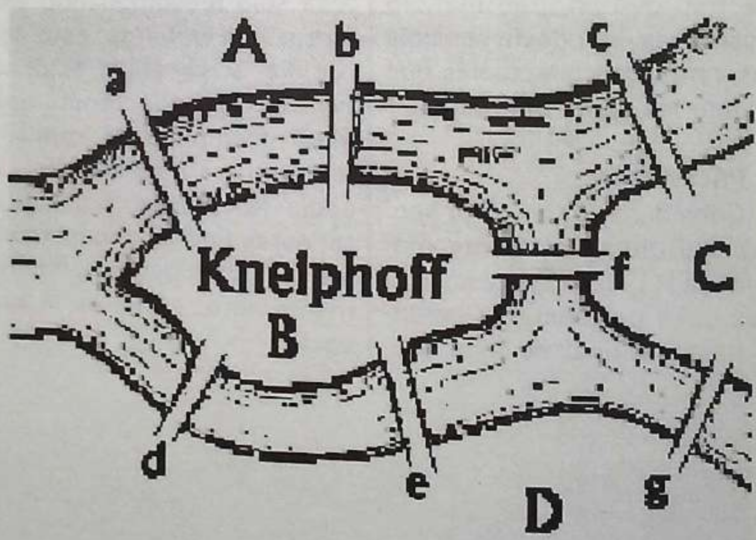


Figura 1



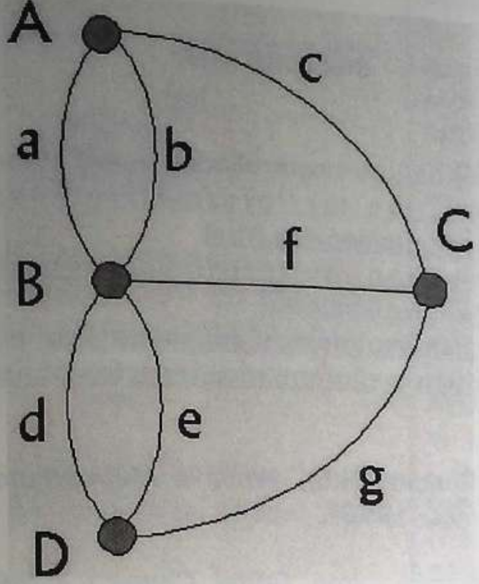


Figura 3

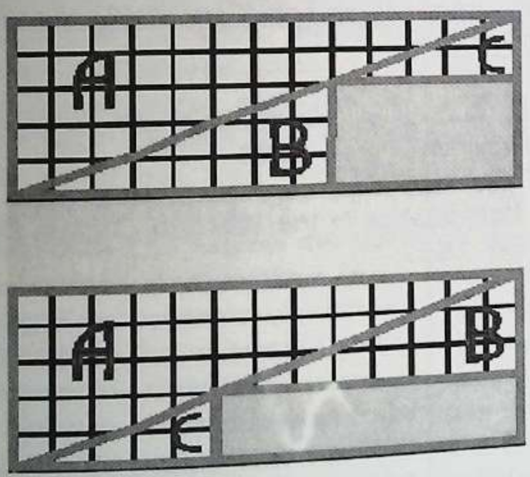


Figura 4

BIBLIOGRAFÍA

[1] Páginas matemáticas desarrolladas por el autor:
http://www.uaq.mx/informatica/miscelaneos/problemasComputacionales.html
http://www.uaq.mx/informatica/miscelaneos/problemasMatematicos.html
http://www.uaq.mx/informatica/maestria/gal.html
httpl://www.uaq.mx/informatica/maestria/pf.html
13/06/2001

[2] Courant R.,Robbins H.E., *What is Mathematics?,* Oxford University Press, 1953

[3] Rangel Mondragón Jaime. *Gödel, Cantor y el Infinito*, *Superación Académica UAQ 9, 23, Marzo 2000*

[4] Rangel Mondragón *Jaime. Partitions and Sums of Integer Powers, Wolfram Research Inc. Agosto 2000,* ***http://www.mathsource.com/Content/Applications/Mathematics/0211-307***

[5] Alexandrov, A.D. et al, *Mathematics. Its content, methods and meanings*, MIT Press, 1963

[6] Klein M. *Mathematics in the Western Culture*, Oxford University Press, 1953

PANORAMA

NECESIDAD DE REUTILIZAR LAS AGUAS PARA DISMINUIR SU ESCASEZ EN EL VALLE DE QUERÉTARO

por

M. en I. Nicolás Caballero Guerrero
Becario por la UAQ en Rostov, Rusia.

En la actualidad, el 80% de las importantes ciudades de la República Mexicana enfrentan escasez de agua y el 40% de ellas una sobrexplotación en sus mantos acuíferos, como es el caso de la ciudad de Querétaro, en donde el ritmo de crecimiento demográfico e intenso desarrollo industrial requieren de grandes volúmenes de agua para satisfacer sus necesidades de consumo. Ante esta situación, los gobiernos federal y estatal se verán en la necesidad de importar considerables bloques de agua, mediante acueductos, de otras regiones del Estado de Querétaro, con elevados costos.

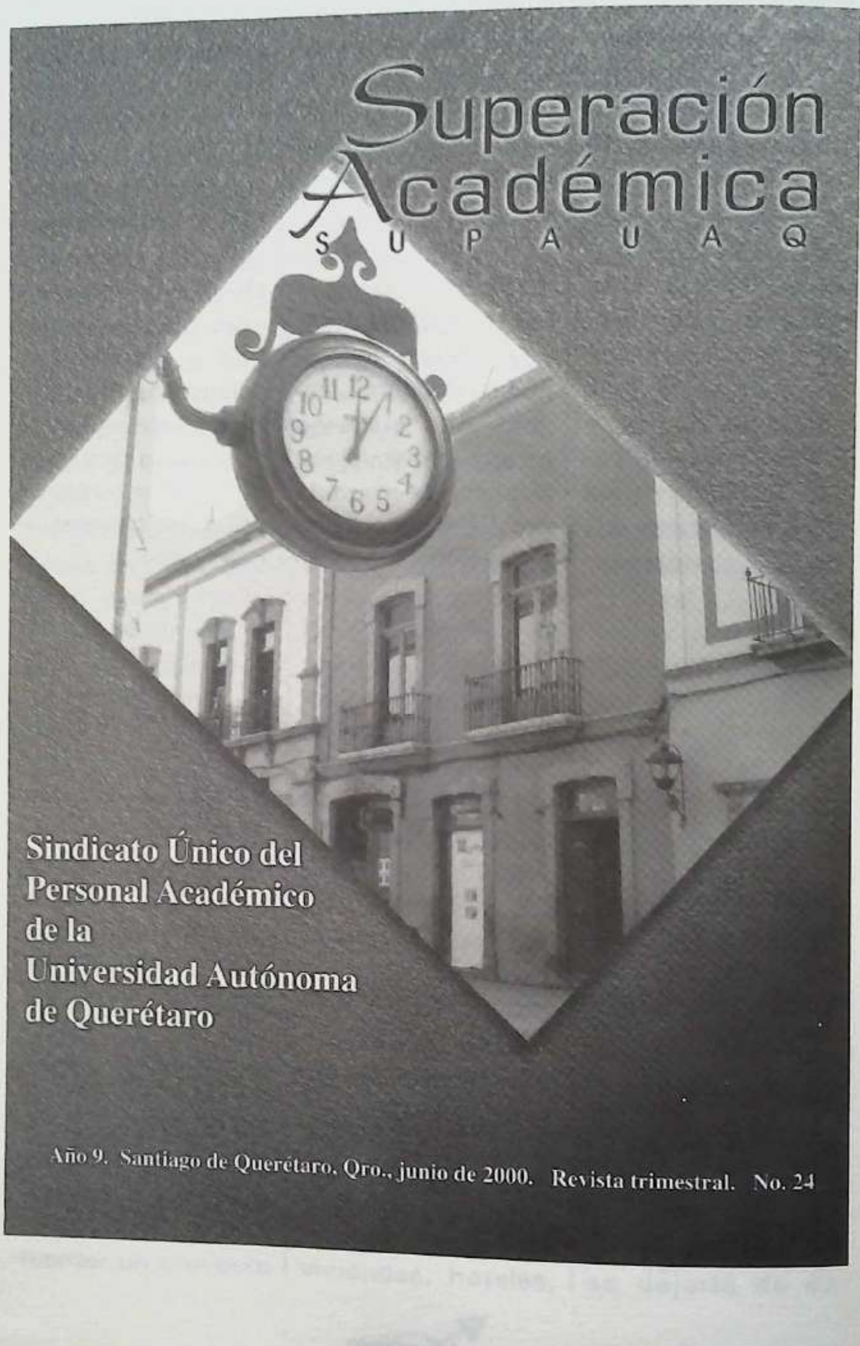
La región del valle de Querétaro se encuentra ubicada en la cuenca Lerma-Chapala y su precipitación media anual es del orden de 700 mm., mientras que su clima es de 20 °C en promedio todo el año. Cuando se presentan las épocas de lluvias, el agua pluvial escurre hacia el Bajío, sin lograr retener parte de ella en suelo queretano, agua que serviría para retroalimentar el acuífero de la ciudad de Querétaro.

El consumo diario de agua potable para la ciudad de Querétaro es de 3 m^3 por segundo, el cual equivale a una extracción del acuífero de 95 millones de metros cúbicos al año, con una recarga de 65 millones tanto superficial como subterráneo; así mismo, se presenta un déficit anual de 30 millones de metros cúbicos (que es el 32% del volumen extraído). Este déficit de agua del acuífero del valle de Querétaro se viene observando desde hace 10 años, con una disminución de 5 a 8 m en el nivel estático del acuífero por año. Por esta razón, se considera que en pocos años se llegue a tener escasez extrema de agua en la zona urbana de municipio de Querétaro.

Se conoce en estos momentos que algunos países de europa en la aplicación de sus leyes federales sobre usos, reutilización e intercambio de aguas, han logrado a la fecha abatir su escasez de agua, mediante la reutilización de las aguas servidas; esto es: el usuario recibe en su hogar dos tipos de abastecimientos, uno de agua potable y otro de agua tratada, esta última sólo para inodoros, mingitorios, riego de jardines y lavado de autos. Con estas acciones, estos países han tenido balances hidráulicos satisfactorios, presentando déficits del órden del 3 a 0 %, en sus respectivos acuíferos.

En este sentido, es necesario implementar un proyecto de ingeniería hidráulica con bajos costos económicos en la ciudad de Querétaro, cuyo objeto sea la disminución de la escasez de agua. De las prácticas y experiencias recibidas por su servidor en el continente europeo durante tres años de estudios en aprovechamientos hidráulicos; así como planeación y desarrollo de sistemas a presión, caracterizaciones económicas de equipos de bombeos y consumos de energías eléctricas, administración de rehusos de aguas servidas y tratadas.

Se recomienda ejecutar las siguientes acciones prácticas e inversiones aproximadas: en una primera etapa (un año), implementar un programa de instalación y construcción de cuerpos receptores de aguas servidas (aguas de deposición de regaderas, lavabos y tarjas) en viviendas, hoteles, industrias, escuelas, etc., correspondiente al 50% del padrón de usuarios del organismo operador de agua potable. Este programa debe estar conformado por cisterna de 1.5 m^3 de capacidad, con tubería de excedencias, trampa de fibra de vidrio para grasas, con una capacidad de 100 litros, equipo de bombeo, tubería para alimentar los muebles sanitarios (wc y mingitorios), áreas verdes y lavado de vehículos, y niveles electrodinámicos; el funcionamiento hidráulico inicia en la recolección de las aguas servidas en la trampa y cisterna, y por bombeo, a los servicios de jardinería, sanitarios y vehículos. El costo de esta primera etapa puede ser de 700 millones de pesos y se ahorrarían 15 millones de metros cúbicos de agua (volumen de agua que se dejaría de extraerse del acuífero). En una segunda etapa, con otro año de duración, extender el programa anterior descrito al resto del padrón de usuarios, con lo cual se dejarían de bombear del acuífero otros 10 millones de metros cúbicos. Mientras que el costo de esta segunda etapa es de otros 700 millones de pesos. En resumen, al término de estas dos etapas, se tendrían déficits de agua de 5 millones de metros cúbicos, con ello menor disminución del nivel estático en el propio acuífero y mayor vida útil. Además, realizar una instrumentación a todo el sistema hidráulico de la red de agua potable, cuyo objetivo es conocer el estado actual del sistema (grado de envejecimiento de toda la red hidráulica), con esta última acción se previenen fugas de agua por colapsos y desgastes de paredes en tuberías, mismas que trabajan a presiones altas. Finalmente, invito a la comunidad queretana a sumar esfuerzos para encontrar alternativas simultáneas a estas acciones y desarrollos adecuados, con la finalidad de asegurar el abastecimiento de agua a nuestras próximas generaciones.


Superación
Académica
S U P A U A Q
Sindicato Único del
Personal Académico
de la
Universidad Autónoma
de Querétaro
Año 9. Santiago de Querétaro, Qro., junio de 2000. Revista trimestral. No. 24

LINEAMIENTOS TECNICOS QUE DEBERÁN CUMPLIR LOS ARTÍCULOS PARA SU PUBLICACIÓN EN LA REVISTA

Superación Académica
SUPAUAQ

1. Los trabajos deberán ser inéditos y estarán sujetos a dictamen. En caso de haberse publicado con anterioridad deberá presentarse una autorización por escrito de la institución que previamente lo publicó.

2. Se anexará ficha de identificación del autor (nombre, dirección, teléfono, e-mail, institución, etc.)

3. De cada trabajo se entregará original (si la impresión es en matriz de puntos, deberá imprimirse a doble pasada), en tipo de letra Arial a 12 puntos. Deberá entregarse un disquete con el texto capturado en procesador de textos Word 6.0 ó superior para Sistema Operativo Windows.

4. Es indispensable que los artículos se acompañen de un **resumen** y de un **abstract** (resumen en ingles) no mayores a 250 palabras cada uno.

5. Los cuadros, tablas, imágenes, gráficas, etc., deberán anexarse por separado y debidamente numeradas.

6. La extensión de las colaboraciones no deberá ser mayor de 30 cuartillas mecanografiadas a doble espacio.

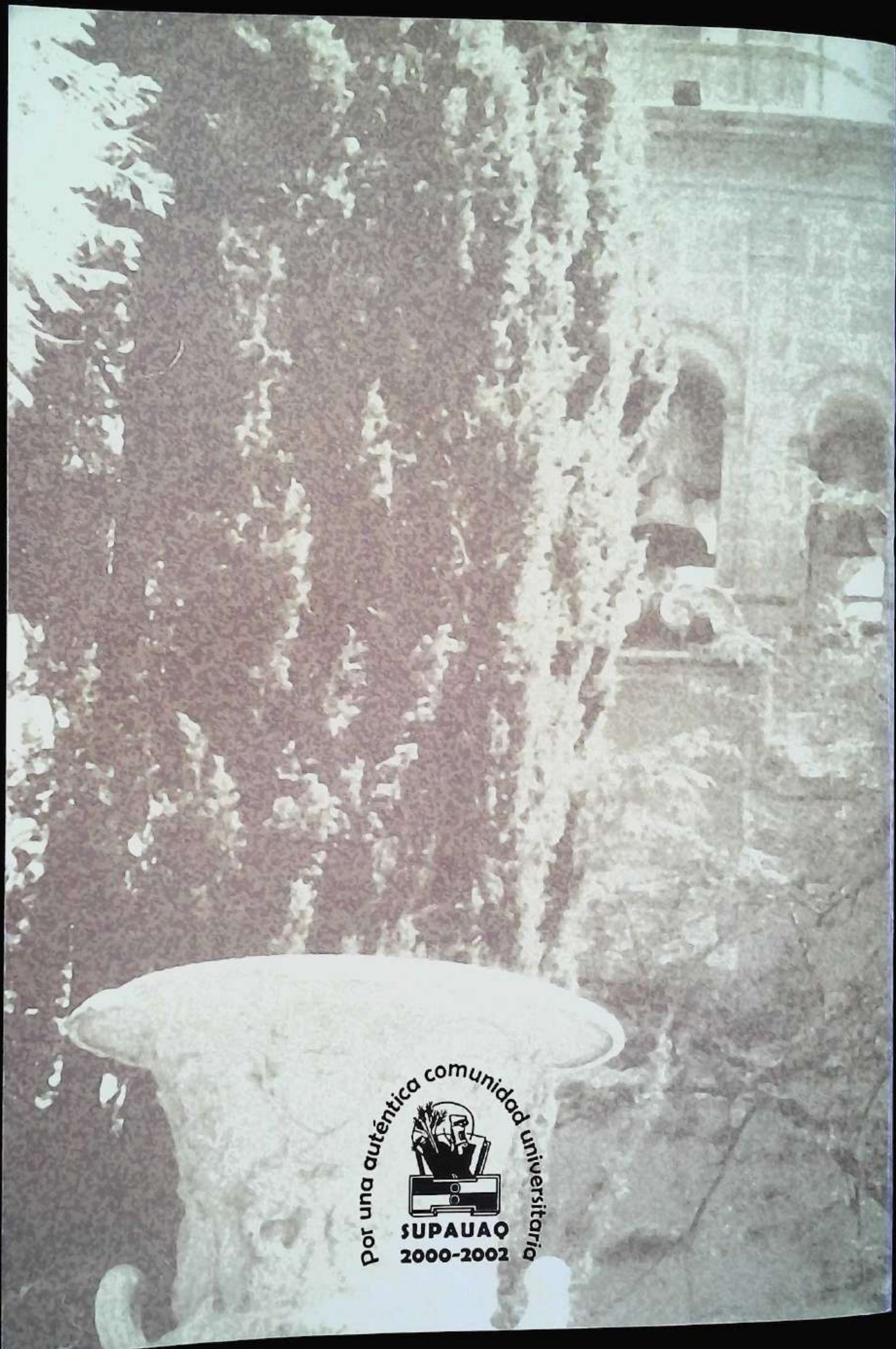
7. Las notas se presentarán en el cuerpo del documento (al pie de la página) debidamente numeradas.

8. Las referencias bibliográficas deberán ajustarse al sistema Harvard (ej. Brunner, J:J: 1990;161)

9. Al final del trabajo se presentará la bibliografía con las obras consultadas de la siguiente manera: Nombre del autor (por apellido). Título del libro (cursivas). Lugar. Edición (de la segunda en adelante). Editorial. Páginas.
   Ejemplo: WHITE, Sarah, *Mercadotecnia Fácil,* México, Ed. Prentice Hall, 1997. pp. 187-265.
   En caso de consulta a páginas web la fuente se citará de la siguiente manera: Título de la página, dirección de Internet (en negritas), fecha de la última consulta en el orden mm/dd/aaaa.
   Ejemplo: Welcome to Annoyances.org. **www.annoyances.org**. 12/11/1999.

10. Los artículos firmados son responsabilidad de los autores.

11. Se autoriza la reproducción siempre y cuando se cite la fuente.


Por una auténtica comunidad universitaria
SUPAUAQ
2000-2002